



KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Robotlar için Matematik Temelleri

Vektörler 2

Yrd. Doç. Dr. A. Burak İNNER

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr>

MATRİSLER

∞ Vektörün normu (boyutu):

Bir \mathbf{u} vektörünün uzunluğu vektör elemanlarının karelerinin toplamının kareköküdür ve $|\mathbf{u}|$ ile tanımlanır:

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2}$$

Uzunluk skaler bir değerdir.

Command Window

```
>> u=[3 1 -2 0 -1];
```

```
>> norm(u)
```

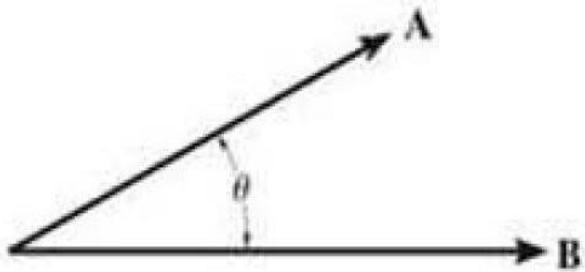
```
ans =
```

```
3.8730
```

MATRİSLER

∞ Nokta (skaler) Çarpım: (dot product)

- İki doğru arasındaki açının, veya bir kuvvetin bir doğruya paralel ve dik bileşenlerinin bulunması gerekebilir.
- İki boyutlu problemlerde trigonometri ile çözülebilir, ancak 3 boyutluda çözüm için vektör yöntemleri uygulanmalıdır.
- Skaler çarpım, iki vektörün çarpımı için özel bir yöntemdir.
- **A** ve **B** vektörlerinin skaler çarpımı, **A·B** şeklinde yazılır ve **A** skaler çarpım **B** diye okunur. A ve B'nin büyüklükleri ile iki vektör arasındaki açının kosinüsünün çarpımı olarak tanımlanır.
- MATLAB da **dot(u,v)** komutu kullanılır.



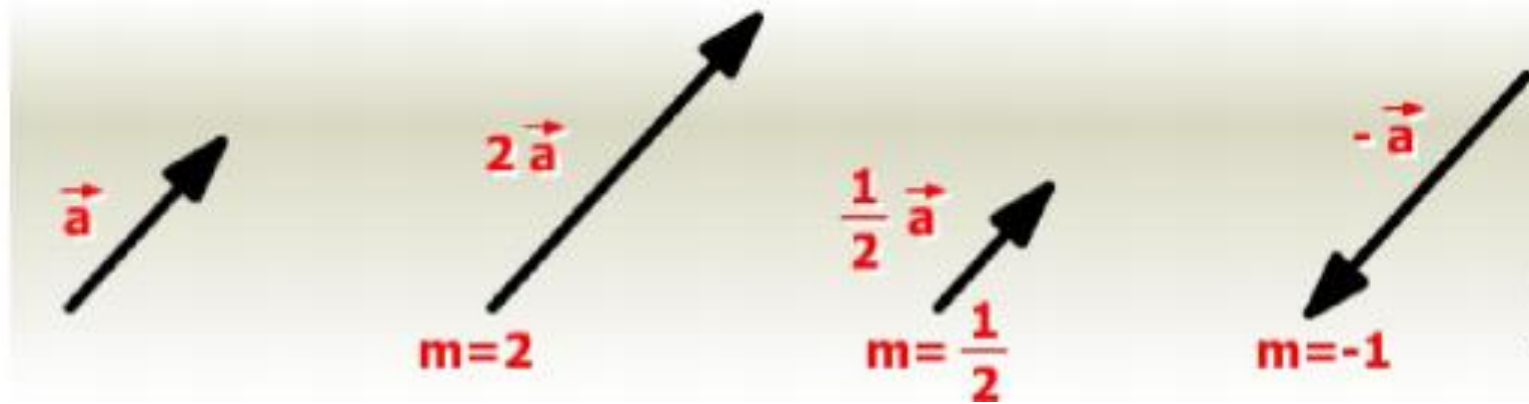
$$A \cdot B = A \cdot B \cos \theta$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

MATRİSLER

∞ Bu çarpıma skaler çarpım veya nokta çarpım da denir. Bu işlemin kuralları :

- Değişme özelliği (komütatiflik) $A \cdot B = B \cdot A$
- Skaler ile çarpım $a(A \cdot B) = (aA) \cdot B = A \cdot (aB)$
- Dağılma kuralı (distribütiflik) $A \cdot (B + D) = (A \cdot B) + (A \cdot D)$



MATRİSLER

∞ A ve B vektörlerinin, bileşenleri cinsinden;

$$A = A_x j + A_y j + A_z k$$

$$B = B_x i + B_y j + B_z k$$

biçiminde de ifade edilebilir. Buradan, A ile B nin skaler çarpımının

$$A.B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

ya indirgenebileceği görülür.

A = B olan özel durumda; $A.A = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$ olacağı anlaşılır.

MATRİSLER

1. İki vektör birbirine dik (ortogonal) ise $\theta=\pi/2$ olup skaler çarpım:

$$\begin{aligned}\vec{u}\vec{v} &= |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta \\ &= 0\end{aligned}$$

2. İki vektörün yönleri aynı ise $\theta=0$ olup skaler çarpım:

$$\begin{aligned}\vec{u}\vec{v} &= |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta \\ &= |\vec{u}||\vec{v}|\end{aligned}$$

3. İki vektörün yönleri zıt ise $\theta=\pi$ olup skaler çarpım:

$$\begin{aligned}\vec{u}\vec{v} &= |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta \\ &= -|\vec{u}||\vec{v}|\end{aligned}$$

MATRİSLER

∞ Birim vektörlerin skaler çarpımı:

$$ii = jj = kk = 1 \quad \text{ve} \quad ij = ik = jk = 0$$

Skaler çarpım sonucu:

$$uv = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$$

∞ Genel durum: n -boyutlu vektörler için;

$$\begin{aligned} uv &= u_1v_1 + u_2v_2 + \dots + u_nv_n \\ &= \sum_{r=1}^n u_rv_r \end{aligned}$$

MATRİSLER

Örnek: A ve B vektörleri, $A = 2i + 3j$ ve $B = -i + 2j$ olarak veriliyor,

- a) A.B skaler çarpımını hesaplayınız.
- b) A ile B arasındaki Θ açısını bulunuz.

MATRİSLER

Çözüm: a) $A \cdot B = (2i + 3j) \cdot (-i + 2j)$
 $= -2i \cdot i + 2i \cdot 2j - 3j \cdot i + 3j \cdot 2j$
 $= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1)$
 $= -2 + 6 = 4$

Burada $i \cdot i = j \cdot j = 1$ ve $i \cdot j = j \cdot i = 0$ olduğu kullanıldı. Burada $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$ ve $B_y = 2$ dir.

Command Window

```
>> u=[2 3];  
>> v=[-1 2];  
>> dot(u,v)
```

```
ans =
```

```
4
```

b) A ve B nin büyüklükleri şöyledir;

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{4}{8.06} = 60.2^\circ$$

MATRİSLER

∞ Vektörel çarpım (vector product):

Sıfırdan farklı \vec{u} ve \vec{v} gibi iki

vektörün vektörel çarpımını

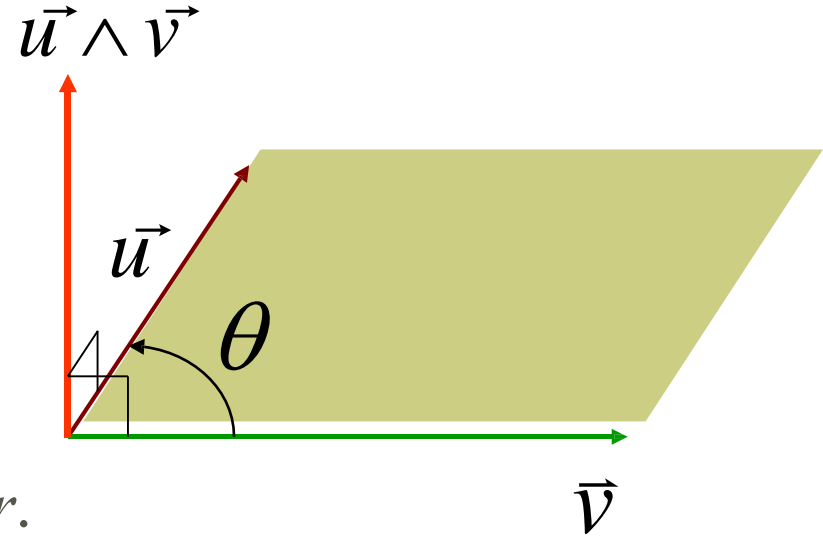
$\vec{u} \wedge \vec{v}$ ya da $\vec{u} \times \vec{v}$

ile gösterilir:

$$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{e} |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$$

Vektörel çarpımın sonucu bir *vektördür*.

Doğrultusu \vec{u} ve \vec{v} vektörlerinin oluşturduğu düzleme diktir.



MATRİSLER

- Vektörel çarpımın matris ifadesi;

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mathbf{i} \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

- MATLAB komutu `cross(u,v)` dir.

MATRİSLER

∞ Vektörel çarpımın özellikleri;

Her $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3) \in V$ ve $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

i) $\vec{a} \times \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a}$ ve \vec{b} lineer bağımlı ya da \vec{a} veya \vec{b} sıfırdır.

ii) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

iii) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

iv) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

v) $(\alpha \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\alpha \vec{b}) = \alpha (\vec{a} \times \vec{b})$ dir.

MATRİSLER

Örnek: $a=(2,1,3)$ ve $b=(1,0,2)$ vektörleri için vektörel çarpımı bulunuz.

MATRİSLER

Çözüm:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) = (2, 1, 3)$$

$$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3) = (1, 0, 2)$$

$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$ eşitliğinden de yararlanabiliriz.

$$= (1 \cdot 2 - 3 \cdot 0, 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2, 2 \cdot 0 - 1 \cdot 1)$$

$$= (2, -1, -1) \text{ bulunur.}$$

Command Window

```
>> a=[2 1 3];
```

```
>> b=[1 0 2];
```

```
>> cross(a,b)
```

```
ans =
```

```
2 -1 -1
```

Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü



MATRİSLER

∞ Satır ve sütun işlemleri:

- ∞ A matrisinin herhangi iki satırını(veya sütununu) kendi aralarında yer değiştirmek.
- ∞ A matrisinin herhangi bir satırını(veya sütununu) sıfırdan farklı bir sayı ile çarpmak.
- ∞ A matrisinin herhangi bir satırını(veya sütununu) sıfırdan farklı bir sayı ile çarpıp başka bir satırına (veya sütununa) eklemek.

MATRİSLER

Örnek:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ matrisine ilkel satır işlemlerini uygulayalım.}$$

A matrisinde 1. satır ile 3. satırın yerleri değiştirildiğinde,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisi elde edilir.}$$

A_1 matrisinde 2. satır $1/2$ sayısı ile çarpılırsa,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisi elde edilir.}$$

A_2 matrisinde 3. satır -1 ile çarpılıp 2. satıra eklenirse,

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisi elde edilir.}$$

MATRİSLER

∞ Bir Matrisin Basamak Biçimi:

Bir A matrisinin her bir satırında, sıfırdan farklı bir öge, içinde bulunduğu satırdan önce gelen satırdaki sıfırdan farklı olan ilk ögenin daha sağında yer alıyorsa A matrisine basamak matris denir.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ ve } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

MATRİSLER

Örnek:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ matrisini basamak biçime dönüştürelim.}$$

A matrisinin 1. satırını -3 ile çarpıp 2. satırına ve yine 1. satırını -1 ile çarpıp 3. satırına ekleyelim.

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & -6 & -2 & -4 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Elde edilen matrisin 2. satırını $-1/2$ ile çarpıp 3. satırına ekleyelim.

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & -6 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ matrisi A matrisinin basamak biçimidir.}$$

MATRİSLER

☞ **Bir matrisin rankı:**

- ☞ Bir A matrisi verilsin. A matrisinin basamak biçime dönüştürülmüşü olan matrisin, sıfırdan farklı satırları sayısına A matrisinin rankı denir ve $r(A)$ ile gösterilir.
- ☞ Özel olarak, herhangi bir sıfır matrisinin rankı 0 kabul edilir.

Örnek:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & -4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

kare matrisinin rankını bulalım.

MATRİSLER

Çözüm:

A matrisinin 1. satırını 2 ile çarpıp 3. satırına ve 1. satırını -1 ile çarpıp 4. satırına ekleyelim.

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Elde edilen matriste 3. satır ile 4. satırı yer değiştirelim.

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

MATRİSLER

Bu matriste 2. satırı $1/2$ ile çarpıp 3. satıra ekleyelim.

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 5/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

matrisinde sıfırdan farklı en az bir eleman içeren satır sayısı 3 olduğundan $r(A)=3$ tür.

Command Window

```
>> A=[1 2 -1 0;0 2 1 2;-2 -4 2 0;-2 -4 2 0;1 1 1 1];
```

```
>> rank(A)
```

```
ans =
```

```
3
```

MATRİSLER

∞ Bir matrisin tersi (inverse matrix):

Tanım: \mathbf{A} boyutu $n \times n$ olan bir kare matris olsun. Eğer

$$\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{I}_n$$

eşitliğini sağlayan bir \mathbf{B} matrisi varsa \mathbf{A} matrisi tersi alınabilir matristir ve \mathbf{B} matrisine \mathbf{A} matrisinin ters matrisi denir ve

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$$

ile gösterilir.

SONUÇ: $\mathbf{AA}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I}_n$

MATRİSLER

Ters matris özellikleri;

1. Ters alınabilir bir \mathbf{A} matrisinin bir ve yalnız bir ters matrisi vardır

$$2. (\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$$

$$3. (\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$$

$$4. (k\mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{k}\mathbf{A}^{-1} \quad k \text{ bir skaler}$$

$$5. \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \mathbf{EkA}$$

$$6. (\mathbf{A}^T)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^T$$

$$7. (\mathbf{A}^k)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^k \\ = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \dots \mathbf{A}^{-1}$$

MATRİSLER

Örnek: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi var mıdır?

Çözüm: $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + z = 1 \\ y + t = 0 \\ x + z = 0 \\ y + t = 1 \end{cases}$$

;undan tersi yoktur.

MATRISLER

Command Window

```
>> A=[1 1;1 1];
```

```
>> inv(A)
```

```
Warning: Matrix is singular to working precision.
```

```
ans =
```

```
    Inf    Inf
```

```
    Inf    Inf
```

MATRİSLER

Örnek: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi var mıdır?

Çözüm: $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olacak biçimde bir $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ var mıdır? Önceki örnekteki gibi ilerleyelim

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + z = 1 \\ y + t = 0 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

MATRISLER

Command Window

```
>> A=[1 1;0 1];
```

```
>> inv(A)
```

```
ans =
```

```
    1    -1  
    0     1
```

MATRİSLER

∞ Tekil matris (singular matrix):

Tanım: \mathbf{A} boyutu $n \times n$ olan kare bir matris olsun. Eğer determinant değeri sıfırdan farklı,

$$|\mathbf{A}| \neq 0$$

ise \mathbf{A} matrisine *tekil olmayan matris*,

$$|\mathbf{A}| = 0$$

ise \mathbf{A} matrisine *tekil matris* denir.

MATRİSLER

∞ Matrisin eşelon formu (echelon form):

- ∞ Bir satırın elemanlarının **tümünün sıfır olması**
yada
- ∞ **1** olan elemanın solundakilerin sıfır olması durumudur.
(Sağındakiler olmayabilir)
- ❖ Her satırın soldan itibaren sıfırdan farklı **ilk girdisi 1'dir.**
- ∞ Bu şekilde satırlar üzerinde yapılan matematiksel işlemlerle bir matrisin **Eşelon** biçimi elde edilir.

MATRİSLER

- ∞ Aşağıdaki A matrisi için Eşelon biçimini elde ederken gerçekleştirilen işlem aşamalarını inceleyelim.

$$\begin{array}{ccc} A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & -6 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} & B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} & C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} \\ \xrightarrow{-2S_1+S_2 \rightarrow S_2} & \xrightarrow{1/3 S_2 \rightarrow S_2} & \\ D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 14 \end{bmatrix} & E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \xrightarrow{-5S_2+S_3 \rightarrow S_3} & \xrightarrow{1/14 S_3 \rightarrow S_3} & \end{array}$$

Eşelon Matris Uygulaması

EŞELON BİÇİMİ

İNDİRGENMİŞ
BİÇİMİ

MATRİS TERSİ

1	2	0
2	7	-6
0	5	4

1	2	0
0	1	-2
0	0	1

3 x 3 Matris

EŞELON BİÇİMİ

İNDİRGENMİŞ
BİÇİMİ

MATRİS TERSİ

GAUSS JORDAN

Visible (True/False)

-2	8	1	3	-1	9	9
1	7	0	5	2	2	5
1	8	4	-4	0	2	-1
3	3	-1	1	6	-4	2
9	9	8	4	-1	5	-5
8	0	-2	0	2	7	2
3	7	0	4	-1	7	0

1	8	4	-4	0	2	-1
0	1	4	-9	-2	0	-6
0	0	1	-2,43	-0,54	-0,15	-1,74
0	0	0	1	-0,67	-0,19	-0,73
0	0	0	0	1	4,3	5,11
0	0	0	0	0	1	0,89
0	0	0	0	0	0	1

7 x 7 Matris

MATRİSLER

- Matrisinin satırca indirgenmiş durumunu elde ederken **Eşelon** biçim durumundan devam edilir. Ayrıca ek olarak;
- Tüm girdileri sıfır olan tüm satırlar, sıfırdan farklı girdisi bulunan satırlardan sonra gelmelidir.**
- Bir satırın sıfırdan farklı ilk girdisinin bulunduğu sütun, **kendisinden önceki satırın sıfırdan farklı ilk girdisinin bulunduğu sütunun sağındadır.**
- En önemlisi bir satırın sıfırdan farklı ilk girdisinin bulunduğu sütundaki diğer girdilerin hepsi sıfırdır.

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\xrightarrow{2S_3+S_2 \rightarrow S_2}$ $\xrightarrow{-2S_2+S_1 \rightarrow S_1}$

Satırca İndirgenmiş Matris Uygulaması

EŞELON BİÇİMİ İNDİRGENMİŞ BİÇİMİ MATRİS TERSİ

1	2	0
2	7	-6
0	5	4

1	0	0
0	1	0
0	0	1

3 x 3 Matris

EŞELON BİÇİMİ İNDİRGENMİŞ BİÇİMİ MATRİS TERSİ GAUSS JORDAN Visible (True/False)

0	8	0	5	8	3	5	8	-5	4
-4	-1	2	2	-2	5	2	8	-4	-3
2	3	-4	7	-2	4	7	-4	2	9
-1	9	9	-5	4	-5	0	8	6	8
-5	-1	-3	-3	-2	0	3	0	4	-3
3	0	7	3	-5	0	-4	-5	8	-4
8	-5	3	2	-2	-4	2	2	-2	1
9	2	7	5	-5	0	2	3	-3	0
7	1	4	-3	-5	-5	9	6	5	9
7	0	-4	3	6	-4	2	7	-3	9

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

10 x 10 Matris

Teşekkürler.



Dersin Sonu

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr>