



KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları 5. Hafta

Yrd. Doç. Dr. A. Burak İNNER

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr>

LINEAR EQUATION

Lineer Denklem Sistemlerinin Matris Notasyonu Gösterimi

m eşitlik (denklem) ve n bilinmeyenden oluşan

$$\begin{array}{rcccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 \dots + & a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 \dots + & a_{2n}x_n & = b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 \dots + & a_{mn}x_n & = b_m \end{array}$$

Lineer denklem sistemini gözönüne alalım.

x_1, x_2, \dots, x_n bilinmeyenleri, a'lar ve b'ler ise sabitleri ifade etmektedir.

LINEAR EQUATION

Linear denklem sistemi matrisler ile

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{katsayılar matrisi,}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{bilinmeyenler}$$

Sütun matrisi,

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad \text{sabitler Sütun matrisi,}$$

olmak üzere

LINEAR EQUATION

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$
$$A \quad X = B$$

şeklinde ifade edilebilir.

LINEAR EQUATION

Arttırılmış (Augmented) Matrix;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} = [A:B]$$

matrisine arttırılmış matris denir.

⇒ **$AX=B$ şeklindeki lineer denklem sisteminin çözümünün olabilmesi için;**

$[A:B]$ arttırılmış katsayılar matrisi eşolon forma indirgenir ve aşağıdaki durumlar söz konusudur;

1. $\text{rank}(A) \neq \text{rank}(A:B)$ ise sistemin çözümü yoktur.
2. $\text{rank}(A) = \text{rank}(A:B)$ ise sistemin tek çözümü vardır.
 - a) $r=n$ ise sistemin tek bir çözümü vardır.
 - b) $r < n$ ise sistemin $(n-r)$ keyfi değişkene bağlı sonsuz tane çözümü vardır.

∞ **Homojen ($AX=0$) lineer denklem sisteminin çözümü olabilmesi için;**

$X=0$ aşikar çözümdür veya sıfır çözüm olarak da bilinir. $\text{rank}(A)=\text{rank}(A:B)=r$ olsun;

1. $r=n$ ise tek çözüm sıfır çözümdür.
2. $r<n$ ise sistemin $(n-r)$ keyfi değişkene bağlı sonsuz tane çözümü vardır.

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$\begin{aligned}x - 2y + 3z &= 4 \\2x + y + z &= 3 \\3x - y + 2z &= 1\end{aligned}$$

Lineer denklem sistemi verilmektedir.

a) Sisteme ilişkin katsayılar matrisini elde ediniz.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

LINEAR EQUATION

b) Arttırılmış matrisi elde ediniz.

$$[A:B] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & \vdots & 4 \\ 2 & 1 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & -1 & 2 & \vdots & 1 \end{bmatrix}$$

c) Sistemi matris notasyonu yardımıyla ifade ediniz.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$A \quad X = B$

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 25$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 22$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 18$$

Lineer denklem sistemini matrisler yardımıyla ifade ediniz.

LINEAR EQUATION

Verilen Lineer denklem sistemi matris gösterimi yardımıyla

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 22 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$A \quad X \quad = \quad B$$

şeklinde ifade edilir.

LINEAR EQUATION

Örnek: Elementer satır işlemleri yardımıyla aşağıda verilen lineer denklem sistemini satır eşdeğer denklem sistemleri halinde ifade ediniz.

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

LINEAR EQUATION

Lineer denklem sistemine ilişkin

Arttırılmış matris

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & -3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A \xrightarrow{R_2 \rightarrow 2R_2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 4 & -6 & 12 \\ 3 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Lineer Denklem Sistemi

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 12$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

LINEAR EQUATION

Burada A matrisinin 2.satırı 2 sabiti ile çarpılmaktadır ($R_2 \rightarrow 2R_2$). Oluşan lineer denklem sistemi ile verilen lineer denklem sisteminin çözüm kümeleri aynıdır.

Benzer şekilde eğer başlangıç A matrisinin herhangi iki satırı örneğin 1.satır ile 2.satırı yer değiştirecek olursa ($R_1 \leftrightarrow R_2$) yeni arttırılmış matris ve lineer denklem sistemimiz

$$A \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

şeklinde olur.

LINEAR EQUATION

Eğer başlangıç A matrisimize 2.satırı -3 ile çarpar 3.satıra eklersek ($R_3 \rightarrow R_3 - 3R_2$) bu işlemler sonucu verilen arttırılmış matrisimiz ve lineer denklem sistemi

$$A \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - 3R_2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & -3 & 6 \\ 0 & -5 & 11 & -10 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6 \\ -5x_2 + 11x_3 = -10 \end{array}$$

olarak elde edilir.

Matrislere ilişkin elementer satır dönüşümleri (işlemleri) yapıldığında her defasında A matrisinin başından başlama zorunluluğu yoktur.

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 25$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 22$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 18$$

lineer denklem sisteminin elementer satır dönüşümleri yardımıyla eşdeğer sistemlerini oluşturalım. Verilen sisteme ilişkin arttırılmış matris ve denklem sistemini aşağıda belirtildiği şekilde yazalım.

LINEAR EQUATION

Arttırılmış Sistem

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 25 \\ 3 & 2 & 3 & 22 \\ 2 & 1 & 4 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 22 \\ 2 & 1 & 4 & 18 \end{bmatrix}$$

Linear Denklem Sistemi

$$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 25$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 22$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 18$$

$$x_2 - x_3 = 3$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 22$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 18$$

LINEAR EQUATION

$$\xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 - R_3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 18 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{r} x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 18 \end{array}$$

$$\xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 6 & 10 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{r} x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ -x_2 + 6x_3 = 10 \end{array}$$

LINEAR EQUATION

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 + R_3} \\ \xrightarrow{R_3 \rightarrow -R_3} \end{array} \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 5 & 13 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -6 & -10 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} 5x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_2 - 6x_3 = -10 \end{array}$$

Yukarıda önce $R_1 \rightarrow R_1 + R_3$ daha sonra $R_3 \rightarrow -R_3$ elementer satır işlemleri bir önceki matris üzerine gerçekleştirilmiştir.

LINEAR EQUATION

$$\begin{array}{l} \frac{R_2 \leftrightarrow R_4}{R_2 \leftrightarrow R_3} \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -6 & -10 \\ 0 & 0 & 5 & 13 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_2 - 6x_3 = -10 \\ 5x_3 = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{R_4 \rightarrow R_4 - R_2}{R_2 \rightarrow R_2 + R_3} \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 14 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 13 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} x_1 + 5x_3 = 14 \\ x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_3 = 13 \end{array}$$

LINEAR EQUATION

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 13 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 - x_3 \\ 5x_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} = 1 \\ = 3 \\ = 13 \end{array}$$

$$\xrightarrow[\begin{array}{l} R_3 \rightarrow \frac{R_3}{5} \\ R_2 \rightarrow R_2 + R_3 \end{array}]{\begin{array}{l} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{28}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{13}{5} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} = 1 \\ = \frac{28}{5} \\ = \frac{13}{5} \end{array}$$

LINEAR EQUATION

Örnekten de görüldüğü gibi her aşamada elde edilen matrisler (dolayısıyla lineer denklem sistemi) birbirine satır eşdeğer olup sistemin aynı çözüm kümesine sahiptirler.

Örneğin verilen

$$\begin{aligned}3x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 25 \\3x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 22 \\2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 18\end{aligned}$$

sisteminin çözüm kümesi ile, son aşamada elde edilen,

$$\begin{aligned}x_1 &= 1 \\x_2 &= \frac{28}{5} \\x_3 &= \frac{13}{5}\end{aligned}$$

denklem sisteminin çözüm kümesi aynı olup

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{28}{5}, x_3 = \frac{13}{5} \text{ yani } (1, \frac{28}{5}, \frac{13}{5}) \text{ 'tir.}$$

LINEAR EQUATION

Matris tersi ile denklem çözümü;

Bir kare matrisin örneğin $n \times n$ boyutlu A matrisinin tersi A^{-1} matrisini elde etmek için $[A:I]$ matrisi elementer satır dönüşümleri yardımıyla $[I:B]$ matrisi haline dönüştürülür. Burada I , $n \times n$ boyutlu birim matris olup $B=A^{-1}$ dir.

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrisinin tersini}$$

$[A:I] \rightarrow [I:A^{-1}]$ kullanılarak bulunuz.

LINEAR EQUATION

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow[\substack{R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1}]{} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow{R_3 \rightarrow -\frac{R_3}{4}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] \end{aligned}$$

LINEAR EQUATION

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

Görüldüğü gibi $[A:I]$ matrisi elementer satır dönüşümleri yardımıyla $[I:A^{-1}]$ matrisine dönüştürülmüştür.

$$A^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{7}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

LINEAR EQUATION

n eşitlik ve n bilinmeyenden oluşan lineer denklem sisteminin $AX=B$ şeklinde gösterildiğini varsayalım. Eğer A matrisi tersi alınabilir bir matris ise

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$IX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

dir. Bu bize çözüm kümesini verir. B'nin tüm elemanlarının şimdilik sıfır olmadığı varsayılmaktadır.

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_3 &= 6 \\ -3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 30 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 8\end{aligned}$$

lineer denklem sisteminin çözümünü matris tersi yöntemini kullanarak elde ediniz.

LINEAR EQUATION

Verilen sistem $AX=B$ şeklinde yazılabilir. Burada,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 \\ 30 \\ 8 \end{bmatrix}$$

A matrisinin tersini bulalım;

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\begin{matrix} R_2 \rightarrow R_2 + 3R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 + R_1 \end{matrix}]{\hspace{1cm}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 12 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

LINEAR EQUATION

$$\xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 + 2R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} R_2 \rightarrow -\frac{1}{2}R_2 \\ R_3 \rightarrow \frac{R_3}{22} \end{array}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{22} & \frac{1}{22} & \frac{2}{22} \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} R_1 \rightarrow R_1 - 2R_3 \\ R_2 \rightarrow R_2 + \frac{5}{2}R_3 \end{array}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{12}{22} & -\frac{2}{22} & -\frac{4}{22} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{44} & \frac{5}{44} & -\frac{12}{44} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{22} & \frac{1}{22} & \frac{2}{22} \end{bmatrix}$$

LINEAR EQUATION

Buradan;

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{12}{22} & -\frac{2}{22} & -\frac{4}{22} \\ \frac{3}{44} & \frac{5}{44} & -\frac{12}{44} \\ \frac{5}{22} & \frac{1}{22} & \frac{2}{22} \end{bmatrix} \text{ veya } \begin{bmatrix} \frac{24}{44} & -\frac{4}{44} & -\frac{8}{44} \\ \frac{3}{44} & \frac{5}{44} & -\frac{12}{44} \\ \frac{10}{44} & \frac{2}{44} & \frac{4}{44} \end{bmatrix} \text{ edilir.}$$

LINEAR EQUATION

İlgili değerler $X=A^{-1}B$ eşitliğinde yerine konursa

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{24}{44} & -\frac{4}{44} & -\frac{8}{44} \\ \frac{3}{44} & \frac{5}{44} & -\frac{12}{44} \\ \frac{10}{44} & \frac{2}{44} & \frac{4}{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 30 \\ 8 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{10}{11} \\ \frac{18}{11} \\ \frac{38}{11} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Dolayısıyla $x_1 = -\frac{10}{11}$, $x_2 = \frac{18}{11}$ ve $x_3 = \frac{38}{11}$ dir.

LINEAR EQUATION

Örnek:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 5 \\2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 3 \\x_1 + 8x_3 &= 17\end{aligned}$$

lineer denklem sisteminin çözümünü $X=A^{-1}B$ eşitliği yardımıyla elde ediniz.

LINEAR EQUATION

Verilen sistemin çözümüne ilişkin matris gösterimi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edildiğinden

LINEAR EQUATION

$X=A^{-1}B$ eşitliği

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}$$

olup, buradan

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Dolayısıyla verilen denklem sisteminin çözümü $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ ve $x_3 = 2$ 'dir.

LINEAR EQUATION

↻ Matlab' da matris tersi ile lineer sistem çözümü;

$$x_1 + 2x_3 = -9$$

$$2x_1 + x_2 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

denklem sistemindeki bilinmeyenleri MATLAB programı ile bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

LINEAR EQUATION

Command Window

```
>> A=[1 0 2;2 1 0;3 2 1]
```

```
A =
```

```
    1    0    2
    2    1    0
    3    2    1
```

```
>> b=[-9;5;4]
```

```
b =
```

```
   -9
    5
    4
```

```
>> x=inv(A)*b
```

```
x =
```

```
    1.0000
    3.0000
   -5.0000
```

Teşekkürler.



Dersin Sonu

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr>