



KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları 1. Hafta

Yrd. Doç. Dr. A. Burak İNNER

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr>

Ders Hakkında

☞ **Ders Adı** : Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları

☞ Çarşamba

Perşembe

| | | |
|-------|-------|---|
| 09:00 | 11:50 | Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları |
| | | |
| 13:00 | 15.50 | Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları |

| | | |
|-------|-------|---|
| 16:00 | 18:45 | Bilgisayar Mühendisliğinde Matematik Uygulamaları |
|-------|-------|---|

Ders notları <http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr> üzerinden paylaşılacaktır.

Değerlendirme Ölçütleri

| DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ | | |
|---|--------|--------------------|
| Yarıyıl İçi Çalışmaları | Sayısı | Katkı Payı (Yüzde) |
| Ara Sınav | 1 | 100 |
| | | |
| | | |
| Yarıyıl İçi Çalışmalarının Toplamı | | 100 |
| Yarıyıl İçi Çalışmalarının Başarıya Oranı | | 40 |
| Yarıyıl Sonu Sınavının Başarıya Oranı | | 60 |
| Toplam | | 100 |

Ders İçeriği

- ☞ Temel Kavramlar ve Temel Matris İşlemleri
- ☞ Vektör Uzayları ve Lineer Cebir
- ☞ Lineer Operatörler ve Matris Tersleri
- ☞ Önemli Matris Çeşitleri ve Uygulamaları
- ☞ Özdeğer ve Özvektörler
- ☞ Bazı Önemli Matris Faktörizasyonları
- ☞ En Küçük Kareler Yöntemi ve Lineer Regresyon
- ☞ Sınırlandırılmış Optimizasyon Teorisi
- ☞ Lineer Programlama
- ☞ İntegral Dönüşümleri
- ☞ İntegral Dönüşüm Uygulamaları
- ☞ Lineer Diferansiyel Denklemler

MATLAB NEDİR?

İngilizce ifadesiyle **MAT**rix **LAB**oratory ya da kısaltılmış adıyla **MATLAB** ilk defa 1985 yılında C.B. Moler tarafından özellikle matris içerikli matematiksel ifadelerin işlemlerinde kullanılmak üzere geliştirilmiş olan etkileşimli bir paket programlama dilidir.

Kullanım Alanları;

- Matematik ve hesaplama işlemleri,
- Algoritma geliştirme,
- Modelleme, simülasyon ve prototip,
- Veri analizi ve görsel efektlerle destekli gösterim,
- Bilimsel ve mühendislik grafikleri,
- Uygulama geliştirme

NEDEN MATLAB?

☞ Diğer programlama dillerine ve araçlarına göre çok sayıda üstünlüğü vardır.

- ❑ Sayısal Analiz işlemlerinde kolaylıklar.
- ❑ Hazır fonksiyonlar
- ❑ Hazır programlar/araç kutuları (toolbox)
- ❑ Grafik çizme kolaylığı
- ❑ GUI geliştirme kolaylığı

TEMEL KAVRAMLAR

- ∞ DİZİLER- Bir boyutta dizi (Vektör):
- ∞ **Vector**: Doğrultusu, yönü ve şiddeti (büyüklüğü) olan doğru parçası.
- ∞ $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ifadesi kullanılır. 'n', uzayın boyutunu temsil eder.
- ∞ Bu ifade \mathbf{x}, \mathbf{R}^n de bir nokta belirtiyor demektir ve bu noktanın n adet koordinatı $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ ile verilir.

TEMEL KAVRAMLAR

∞ MATLAB'ta her şey bir dizi (array) olarak işlenir.

∞ Dizi;

○ Tek bir değerden oluşuyorsa (1x1) skaler olarak adlandırılır.

➤ Örnek: $a=5$, $b=-17.33$, $c=2e-3$, $d=3+4*i$

○ Tek bir satır ya da sütunda bir den fazla değerden oluşuyorsa (1xn ya da nx1 dizisi şeklinde ise) vektör olarak adlandırılır.

➤ Örnek: $a=[1\ 3\ 5\ 7]$

TEMEL KAVRAMLAR

- Liste şeklinde dizi oluşturma: `Değişken_adi = [Vektör Elemanları]`

1. satır vektörü (row vector):

Command Window

```
>> x = [ 1 5 7 -3 6 4 5 8 ]
```

```
x =
```

```
    1     5     7    -3     6     4     5     8
```

```
>> x = [ 1, 5, 7, -3, 6, 4, 5, 8 ]
```

```
x =
```

```
    1     5     7    -3     6     4     5     8
```

TEMEL KAVRAMLAR

☞ Sütun vektörü (Column Vector) :

Command Window

```
>> x = [ 1; 5; 7; -3; 6; 4; 5; 8 ]
```

```
x =
```

```
    1  
    5  
    7  
   -3  
    6  
    4  
    5  
    8
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ Belli bir kurala göre sıralı giden diziler:
- ☞ İlk eleman, artım miktarı, son eleman ile belirlenen diziler
- ☞ $\text{Değişken_adı} = [m:q:n]$ veya
- ☞ $\text{Değişken_adı} = m:q:n$
- ☞ m =dizinin ilk elemanı,
- ☞ q =artım miktarı,
- ☞ n =dizinin son elemanı

- ☞ İlk eleman, son eleman ve terim sayısı ile belirlenen diziler:
- ☞ $\text{Değişken_adı} = \text{linspace}(xi, xf, n)$

- ☞ l_0

Logspace

$1.0e+05 \rightarrow 10^{+05}$

```
>> logspace(1,5)
```

```
ans =
```

```
1.0e+05 *
```

```
Columns 1 through 9
```

```
0.0001 0.0001 0.0001 0.0002 0.0002 0.0003 0.0003 0.0004 0.0004
```

```
Columns 10 through 18
```

```
0.0005 0.0007 0.0008 0.0010 0.0012 0.0014 0.0017 0.0020 0.0024
```

```
Columns 19 through 27
```

```
0.0029 0.0036 0.0043 0.0052 0.0063 0.0075 0.0091 0.0110 0.0133
```

```
Columns 28 through 36
```

```
0.0160 0.0193 0.0233 0.0281 0.0339 0.0409 0.0494 0.0596 0.0720
```

```
Columns 37 through 45
```

```
0.0869 0.1048 0.1265 0.1526 0.1842 0.2223 0.2683 0.3237 0.3907
```

```
Columns 46 through 50
```

```
0.4715 0.5690 0.6866 0.8286 1.0000
```

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|----|--------------------|---------|---------|---------|-------|
| 1 | 10 | 12.067926406393289 | 14.5635 | 17.5751 | 21.2095 | 25.59 |

TEMEL KAVRAMLAR

☞ **ÖRNEK:** $m=1, q=2, n=13$ olacak şekilde dizi oluşturalım.

Command Window

```
>> x=[1:2:13]
```

```
x =
```

```
    1     3     5     7     9    11    13
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **ÖRNEK:** $x_i=0$, $x_f=8$, $n=6$

Command Window

```
>> v=linspace(0,8,6)
```

```
v =
```

```
    0    1.6000    3.2000    4.8000    6.4000    8.0000
```

TEMEL KAVRAMLAR

☞ MATRİSLER (MATRIX):

☞ Matrisler büyük harf ile gösterilir.

☞ m satır (row), n sütun (column) sayısından oluşan bir A matrisi $m \times n$ boyutundadır.

☞ Matristeki bir elemanın yerini belirlemede iki indis kullanılır.

☞ Örneğin a_{ij} elemanı, elemanın i'inci satır ve j'inci sütunda olduğunu belirtir. Benzer şekilde a_{23} elemanı ikinci satır ve üçüncü sütundadır.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

→ i satır

j sütun

TEMEL KAVRAMLAR

☞ MATRİSLER (MATRIX):

☞ Matris Oluşturma;

☞ Değişken_adi=[ilk satır elemanları; ikinci satır elemanları; ... ; son satır elemanları]

Command Window

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
```

```
A =
```

```
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```


TEMEL KAVRAMLAR

ÖRNEK:

```
A =  
    1     3     5     7     9    11  
    0     5    10    15    20    25  
   10    20    30    40    50    60  
   67     2    43    68     4    13
```

A matrisini oluşturan komutu yazın.

Command Window

```
>> A=[1:2:11;0:5:25;linspace(10,60,6);67 2 43 68 4 13]
```

```
A =
```

```
    1     3     5     7     9    11  
    0     5    10    15    20    25  
   10    20    30    40    50    60  
   67     2    43    68     4    13
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **Sıfır matris (Zero matrix):** Tüm elemanları sıfır matristir. **zeros(m,n)**

∞ **Bir matrisi (One matrix):** Tüm elemanları bir olan matristir. **ones(m,n)**

Command Window

```
>> A=zeros(3,4)
```

```
A =
```

```
    0    0    0    0
    0    0    0    0
    0    0    0    0
```

```
>> B=ones(2,5)
```

```
B =
```

```
    1    1    1    1    1
    1    1    1    1    1
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ **Kare matris (Square matrix):** $m=n$, satır ve sütun sayısı eşit matris.

Command Window

```
>> A=[1 2;2 3]
```

```
A =
```

```
    1    2  
    2    3
```

```
>> B=[5 8 9;6 7 1;3 0 7]
```

```
B =
```

```
    5    8    9  
    6    7    1  
    3    0    7
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **Matrisin tranpozu:** Bir matrisin satırlarının sütun yapılmasıdır.

$$A' = A^T = A^d$$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^T = A^d = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

A ve B matrisleri $m \times n$ türünden iki matris ve k bir skalar ise;

1. $(A^T)^T = A$ 2. $(A+B)^T = A^T + B^T$ 3. $(k.A)^T = k.A^T$

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> A'
```

```
ans =
```

```
     4     1     1
     9     2     1
     5     4     1
```

TEMEL KAVRAMLAR

☞ **Simetrik matris (Symmetric matrix):** $a_{ij}=a_{ji}$, tranpozu kendisine eşit olan matris. $A' = A$.

Command Window

```
>> A=[2 5 7;5 -3 6;7 6 8]
```

```
A =
```

```
     2     5     7
     5    -3     6
     7     6     8
```

```
>> A'
```

```
ans =
```

```
     2     5     7
     5    -3     6
     7     6     8
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ **Birim matris (Identity matrix):** a_{ii} köşegen elemanları 1 olan matristir. I_n ile gösterilir.
eye(boyut)

Command Window

```
>> eye(5)
```

```
ans =
```

```
    1    0    0    0    0
    0    1    0    0    0
    0    0    1    0    0
    0    0    0    1    0
    0    0    0    0    1
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ∞ **Köşegen matris (Diagonal matrix):** $m=n$ kare matris ve a_{ij} köşegen elemanları dışında tüm elemanları 0 olan matris. **diag(matris ismi)**

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> diag(A)
```

```
ans =
```

```
4
```

```
2
```

```
1
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ **Üst üçgensel matris (Upper triangular matrix):** Bir kare matrisin asal köşegeninin altında kalan tüm elemanları sıfır ise bu matrise üst üçgen matris denir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

TEMEL KAVRAMLAR

- ∞ **Alt üçgensel matris (Lower triangular matrix):** Bir kare matrisin asal köşegeninin üstünde kalan tüm elemanları sıfır ise bu matrise alt üçgen matris denir.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} & 0 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} & 0 & 0 \\ -5 & & 0 \\ 2 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} & 0 & 0 \\ & & 0 \\ 2 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} & 0 & 0 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

TEMEL KAVRAMLAR

∞ Rank: Bir matrisin lineer bağımsız satır ve sütun sayısıdır.

rank(A)

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> rank(A)
```

```
ans =
```

```
3
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ Matrisin izi: Köşegen elemanlarının toplamını verir.

∞ $\sum_{i=1}^n a_{ii}$, **trace(A)**

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> trace(A)
```

```
ans =
```

```
7
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ **Skaler matris (Scaler matrix):** Asal köşegen elemanları birbirine eşit olan köşegen matrise skalar matris denir.

Command Window

```
>> A=[3 0 0;0 3 0;0 0 3]
```

```
A =
```

```
     3     0     0
     0     3     0
     0     0     3
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **Matrisin tersi:** A kare matrisi için, $A.B=B.A=I$ koşulunu sağlayan bir B kare matrisi varsa; B matrisine , A matrisinin çarpma işlemine göre tersi denir.

1. $k \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere , n. Sıradan bir A kare matrisinin çarpma işlemine göre tersi varsa,

$$(k.A)^{-1} = \frac{1}{k} . A^{-1}$$

2. n. Sıradan A ve B kare matrislerinin çarpma işlemine göre tersleri, A^{-1} ve B^{-1} ise;

$$(A.B)^{-1} = B^{-1} . A^{-1}$$

3. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ise, $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ dır.

Eğer $ad-bc=0$ ise, A^{-1} yoktur.

TEMEL KAVRAMLAR

∞ Matris tersi için matlab komutu: $\text{inv}(A)$

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> inv(A)
```

```
ans =
```

```
-0.1429    -0.2857    1.8571  
 0.2143    -0.0714   -0.7857  
-0.0714    0.3571   -0.0714
```

TEMEL KAVRAMLAR

- ∞ **Ortogonal matris:** bir matrisin tranpozu tersine eşit ise o matris ortogonaldır denir. $A^T = A^{-1}$. **orth(A)**

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> orth(A)
```

```
ans =
```

```
-0.9311    0.3500   -0.1030  
-0.3371   -0.9332   -0.1245  
-0.1396   -0.0812    0.9869
```

TEMEL KAVRAMLAR

⌘ Dizi Adresleme – Kolon Operatörü (:)

1. Vektörler:

⌘ $V(:)$ – Vektörün tüm elemanlarını ifade eder. (Yani, V ile aynı elemanlara sahiptir fakat sütun olarak verilir)

⌘ $V(m:n)$ – Vektörün m ile n arasındaki elemanlarını ifade eder.

Command Window

```
>> u=[1 5 48 575 3 9 68 -9 -7]
```

```
u =
```

```
    1     5    48   575     3     9    68    -9    -7
```

```
>> v=u(2:5)
```

```
v =
```

```
    5    48   575     3
```


TEMEL KAVRAMLAR

2. Matrisler:

- ☞ $A(:,n)$ – Matrisin n inci sütunundaki tüm elemanlar
- ☞ $A(m,:)$ – Matrisin m inci satırındaki tüm elemanlar
- ☞ $A(:,m:n)$ – Matrisin m ve n arasındaki (m ve n dahil) tüm sütun elemanları
- ☞ $A(m:n,:)$ – Matrisin m ve n arasındaki (m ve n dahil) tüm satır elemanları
- ☞ $A(m:n, p:q)$ – Matrisin m ve n satırları ile p ve q sütunları arasındaki tüm elemanlar

TEMEL KAVRAMLAR

∞ ÖRNEK:

A =

| | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |

Verilen A matrisi için;

1. 2 ve 4. satırlarının arasındaki tüm elemanlarını yazdırın.
2. 1 ve 3. satırları ile 2 ve 4. sütunlarının arasındaki tüm elemanları yazdırın.
3. A matrisinin 1.ile 3.satırı, 1. ile 3. sütunu ve 5 ile7. sütun arası elemanlarını yazdırın.

TEMEL KAVRAMLAR

∞ ÇÖZÜM:

1. $E=A(2:4,:)$

Command Window

```
A=[1 3 5 7 9 11;2 4 6 8 10 12;3 6 9 12 15 18;4 8 12 16 20 24;5 10 15 20 25 30];  
>> E=A(2:4,:)
```

E =

| | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |

TEMEL KAVRAMLAR

2. $F=A(1:3,2:4)$

Command Window

```
>> A=[1 3 5 7 9 11;2 4 6 8 10 12;3 6 9 12 15 18;4 8 12 16 20 24;5 10 15 20 25 30];  
>> F=A(1:3,2:4)
```

F =

```
     3     5     7  
     4     6     8  
     6     9    12
```

TEMEL KAVRAMLAR

ÖDEV: Aşağıdaki matrisleri oluşturan komutları yazın.

1.
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 \\ 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 \\ 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 \\ 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 \end{bmatrix}$$

2.
$$v = [99 \ 98 \ 97 \ 96 \ 95 \ 94 \ 93 \ 92 \ 91]$$

3.
$$A = \begin{array}{cccccc} 2 & 5 & 5 & 10 & 15 & 20 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 \\ 4 & 7 & 30 & 35 & 40 & 45 \\ 5 & 8 & 95 & 94 & 93 & 92 \\ 6 & 9 & 60 & 65 & 70 & 75 \end{array}$$

TEMEL KAVRAMLAR

∞ MATRİS VE VEKTÖR İŞLEMLERİ

İki Matrisin Toplamı:

A ve B boyutları aynı olan iki matris olsun. $A+B$ toplamı, matrislerin karşılıklı elemanlarının toplamı olarak oluşan bir matristir ve $C=A+B$ şeklinde ifade edilir.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ ise}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1+0 & 2+4 & 5+6 \\ 4+3 & 6+5 & -3+7 \\ 5+2 & 4+1 & 8+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 6 & 11 \\ 7 & 11 & 4 \end{bmatrix}$$

Çözüm : Görüldüğü gibi A 3×3 ve B 3×3 boyutlu matrisler olup karşılıklı elemanları toplanmış ve aynı boyutlu bir C 3×3 matrisinin aynı pozisyonundaki elemanlarını oluşturmuştur.

TEMEL KAVRAMLAR

$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ olduğuna göre $A + B$ toplamı mümkün müdür?

Çözüm : A 2×2 , B 2×3 matrislerdir. Boyutları farklı olduğundan $A+B$ toplamı mümkün değildir.

- İki matrisin birbirinden çıkarılması için toplama özelliklerinin olması gerekir. Gerçekte iki matrisin birbirinden çıkarılması demek, bu matrislerden birinin (-1) ile çarpılıp diğeriyle toplanması demektir: $A-B = A + (-1)B$
- İki matrisin birbirinden çıkarılmasında da matrislerin karşılıklı elemanları çıkarılır.

TEMEL KAVRAMLAR

∞ Matrisin Skaler ile Çarpımı:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

A matrisinin k ile belirtilen bir sayı (skalar) ile çarpımı olan kA matrisi, A 'nın her elemanının k ile çarpılmasıyla elde edilir.

∞ ÖRNEK:

$$-5 \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ çarpımını elde ediniz.}$$

$$\text{Çözüm : } -5 \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -10 & 10 \\ -20 & -25 & -15 \\ 15 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

TEMEL KAVRAMLAR

∞ İki matrisin çarpımı:

Tanım: A matrisi $m \times n$ türünde, B matrisi $n \times p$ türünde olsun. A.B matrisi $m \times p$ türünde bir matristir. c_{ij} , A.B nin bir elemanı ise, bu eleman, A'nın i. satır vektörü ile B'nin j.sütun vektörünün skaler çarpımına eşittir.

Örnek: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ ise A.B çarpımını bulunuz.

Çözüm: $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \\ 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) & 1 \cdot 2 + 4 \cdot 0 & 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 19 \\ 4 & 2 & 28 \end{bmatrix}$$

TEMEL KAVRAMLAR

∞ Matris işlemlerinin temel özellikleri:

$$a) A + B = B + A$$

$$b) (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$c) a(A + B) = aA + aB$$

$$d) (a + b)A = aA + bA$$

$$e) a(bA) = (ab)A$$

f) Eğer ${}_m0_n$ tüm elemanları sıfır olan $m \times n$ boyutlu bir matris ise

$$A + 0 = 0 + A \text{ 'dır.}$$

TEMEL KAVRAMLAR

VEKTÖR VE MATRİS İŞLEMLERİ (MATLAB)

| İşlem | MATLAB Formu | Örnek Uygulama $a=[1\ 2\ 3]$, $b=[2\ -3\ 4]$ | Açıklama (MATLAB ta % ile başlar) |
|------------|--------------|--|--|
| Toplama | $a + b$ | 3 -1 7 | Dizilerin karşılıklı elemanları toplanır |
| Çıkarma | $a - b$ | -1 5 -1 | Dizilerin karşılıklı elemanları çıkartılır |
| Çarpma | $a .* b$ | 2 -6 12 | Dizilerin karşılıklı elemanları çarpılır |
| Sağa Bölme | $a ./ b$ | 0.5000 -0.6667 0.7500 | a dizisinin her bir elemanı sırası ile b dizisinin her bir elemanına bölünür |
| Sola Bölme | $a .\ b$ | 2.0000 -1.5000 1.3333 | b dizisinin her bir elemanı sırası ile a dizisinin her bir elemanına bölünür |
| Transpoze | a' | 1 2 3 | Satır vektörünü (1xn), sütun vektörüne (nx1) yada tersine dönüştürür. |

TEMEL KAVRAMLAR

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];  
>> B=[1 4 7;2 7 6;8 5 4];  
>> A+B
```

```
ans =
```

```
     5     13     12  
     3      9     10  
     9      6      5
```

TEMEL KAVRAMLAR

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1];
```

```
>> 5.*A
```

```
ans =
```

```
    20    45    25
     5    10    20
     5     5     5
```

```
>> 5*A
```

```
ans =
```

```
    20    45    25
     5    10    20
     5     5     5
```

TEMEL KAVRAMLAR

Command Window

```
>> A=[4 9 5;1 2 4;1 1 1]
```

```
A =
```

```
    4     9     5
    1     2     4
    1     1     1
```

```
>> B=[1 4 7;2 7 6;8 5 4]
```

```
B =
```

```
    1     4     7
    2     7     6
    8     5     4
```

```
>> A.*B
```

```
ans =
```

```
    4    36    35
    2    14    24
    8     5     4
```

TEMEL KAVRAMLAR

Command Window

```
>> B=[1 4 7;2 7 6;8 5 4]
```

```
B =
```

```
     1     4     7
     2     7     6
     8     5     4
```

```
>> B=[1 4 7;2 7 6;8 5 4]
```

```
B =
```

```
     1     4     7
     2     7     6
     8     5     4
```

```
>> A*B
```

```
ans =
```

```
    62    104    102
    37     38     35
    11     16     17
```

TEMEL KAVRAMLAR

☞ POLİNOM İŞLEMLERİ

☞ Verilen matematiksel modele ait kök değerlerini verir.

☞ **roots** (matematiksel modele ait vektörel ifade)

Örnek: $s^2 + 3s + 2 = 0$

Command Window

```
>> katsayilar=[1 3 2];  
>> roots(katsayilar)
```


```
ans =
```

```
    -2
```

```
    -1
```


TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ Polinomlarda çarpma: `conv(1.katsayılar,2.katsayılar)`
- ☞ Polinom forma sahip iki ifadenin çarpımını gerçekleştirir.
- ☞ `conv(p1, p2)`

 polinom forma sahip olan iki ayrı ifadenin vektörel karşılığı

Örnek:

$$(s^2 - 2s + 1)(s^3 + 3s^2 + 5s + 2) = s^5 + s^4 - 5s^2 + s + 2$$

Command Window

```
>> p1=[1 -2 1];  
>> p2=[1 3 5 2];  
>> conv(p1,p2)
```

$$s^5 + s^4 - 5s^2 + s + 2$$

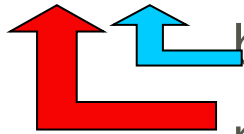
```
ans =
```

```
1     1     0    -5     1     2
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **Polinomlarda bölme:** Polinom forma sahip bir ifadenin çarpanlarından biri biliniyorsa diğerinin elde edilmesini sağlar.

∞ **deconv (p, p1)**



bilinen ifadenin vektörel karşılığı

polinom forma sahip olan çarpım sonucunun vektörel karşılığı

Command Window

```
>> p1=[1 -2 1];  
>> p=[1 1 0 -5 1 2];  
>> deconv(p,p1)
```

```
ans =
```

```
1 3 5 2
```

TEMEL KAVRAMLAR

∞ **Polinom elde etme:** Kök değerlerinden polinom formun elde edilmesini sağlar.

∞ **poly (kökler)**

 polinom formdaki ifadeye karşılık gelen kök değerleri

Command Window

```
>> p=[1 10 27 18 0];
```

```
>> roots(p)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
-6.0000
```

```
-3.0000
```

```
-1.0000
```

$$s^4 + 10s^3 + 27s^2 + 18s$$

TEMEL KAVRAMLAR

- ☞ **Polinom hesabı:** Polinom formdaki bir ifade de yer alan temel değişkenin yerine sayısal değer verilerek sonuç elde edilmesini sağlar.
- ☞ **polyval (vektör, n)**

hesaplama için kullanılacak sayısal değer
polinom formdaki vektörel ifade

Örnek: $s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = (5)^3 + 6(5)^2 + 11(5) + 6 = 336$

```
Command Window
>> p=[1 6 11 6];
>> polyval(p,5)

ans =

    336
```

TEMEL KAVRAMLAR

TRİGONOMETRİK İŞLEMLER:

| Fonksiyon | MATLAB Formu | Ters Fonksiyon MATLAB Formu |
|-----------|--------------|--------------------------------|
| Sinüs | $\sin (x)$ | $\text{asin} (x)$ |
| Cosinüs | $\cos (x)$ | $\text{acos} (x)$ |
| Tanjant | $\tan (x)$ | $\text{atan} (x)$ |
| Kotanjant | $\cot (x)$ | $\text{acot} (x)$ |
| Sekant | $\sec (x)$ | $\text{asec} (x)$ |
| Kosekant | $\csc (x)$ | $\text{acsc} (x)$ |

- MATLAB'ta trigonometrik fonksiyonlarda **derece** yerine **radyan** kullanılır.
- Hesaplanması istenen açının radyan karşılığı ilgili fonksiyonda kullanılmalıdır.

$$\text{radyan} = \text{derece} * \frac{\pi}{180}$$

Teşekkürler.



Dersin Sonu

Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği
Yapay Zeka ve Benzetim Sistemleri Ar-Ge Lab.
<http://yapbenzet.kocaeli.edu.tr/>